***Задача 1***.

Высоты треугольника *АВС*, проведённые из вершин*А*и *С*, пересекаются в точке *М.* Найдите угол *АМС*, если угол *А* равен , а угол *С* – .

В

K

N

M

А С

***Способ 1.***

Угол АМС находится в треугольнике АМС и его находим по теореме о сумме углов в треугольнике, найдя предварительно угол МАС и угол МСА.

Из прямоугольных треугольников АКС и ANC следует что:

; ;

тогда .

***Способ 2.***

Найдём извначале : ,

Тогда из прямоугольногонаходим вначале : , а из прямоугольного –угол : .

Искомый угол АМС является смежным к найденному углу , поэтому он будет равен .

***Способ 3.***

Найдём вначале из : . По свойству углов выпуклого четырёхугольника: «Во всяком выпуклом четырёхугольнике сумма всех внутренних углов равна » найдём угол *KMN* из четырёхугольника *BKMN*: . Но углы и – вертикальные, поэтому .

***Задача 2.***

Найдите радиус *r* вписанной и радиус *R* описанной окружностей для равнобедренного треугольника с основанием 10 *см* и боковой стороной 13 *см*.

Перед тем как решать эту задачу, необходимо повторить теоремы о центре вписанной и описанной окружностей.

B

В*α*

M

N

А С

EADC

Рис. 1 Рис. 2

***Способ 1.***

Из по теореме Пифагора находим высоту : *см*. Точка *О* – центр описанной окружности (рис.1), , .

Изпо теореме Пифагора находим , а так как

, то , отсюда *см*.

– центр вписанной окружности (рис.2), тогда .

Так как , то *см*, а .

Из по теореме Пифагора : , отсюда*см*.

***Способ 2.***

Из подобия треугольников *ОВК* и *CBD* (рис.1) имеем: , т.е. , отсюда *см*.

Из подобия треугольников и *CBD* (рис.2) имеем:, т.е. , отсюда *см*.

***Способ 3.***

Пусть (рис.1), тогда ; из находим *R*:

*см*.

Из (рис.2) имеем: , тогда из следует, что , т.е., отсюда находим*см*.

***Способ 4.***

Продолжим *BD* до пересечения с описанной окружность в точке *Е* (рис.1). Получим прямоугольный треугольник *ВСЕ*, тогда по свойству пропорциональных отрезков в прямоугольном треугольнике запишем: , , отсюда *см*.

Используя зависимость между касательной и секущей, проведёнными из одной точке к окружности (рис.2), получим: , т.е.

, отсюда находим *см*.

***Способ 5.***

Если (рис.1), то как внешний угол равнобедренного треугольника *СОВ*. Тогда из найдём ОС:

.

Из треугольника (рис.2) имеем:, так как и, то*см*.

***Способ 6.***

Изпо теореме Пифагора находим высоту : *см*.Зная основание треугольника и его высоту, найдём площадь :

.

По формулам, связывающим площадь треугольника с радиусами вписанной и описанной окружностей, получим:

*см*; *см*.

***Задача 3.***

В равнобедренной трапеции большее основание равно 44 *см*, боковая сторона 17 *см*, а диагональ 39 *см*. Найдите площадь трапеции.

***Способ 1.***

Из по формуле Герона найдём площадь этого треугольника:, тогда .

Зная площадь треугольника, найдём его высоту *СК*: *см*.

По теореме Пифагора находим АК:

*см*.

Отрезок АК равен средней линии трапеции, поэтому площадь трапеции будет равна .

***Способ 2.***

Пусть . Тогда по теореме косинусов найдём из:

, отсюда

. Тогда . Зная и , найдём из катеты *СК* и *АК*, а затем и площадь трапеции.

***Способ 3.***

Пусть , этот отрезок равен средней линии трапеции, тогда . Из треугольников АСК и CKD по теореме Пифагора имеем:

или .

Из последнего равенства находим *АК*, затем по теореме Пифагора высоту трапеции и, наконец, её площадь.

Обычно в классе задача решается одним способом. Поиск других способов учащиеся могут осуществить дома. Как правило, школьники с большим интересом выполняют такие задания. Иногда найденные учащимися способы решения той ил иной задачи бывают довольно сложными, громоздкими, но для учебных целей такая работа является очень важной.